

MATEMATYKA

ZAKRES ROZSZERZONY

Program nauczania dla szkół ponadpodstawowych (liceum i technikum)

Autor:

Henryk Pawłowski

Maria Borowska

Gdynia 2019

Spis treści

[1. Słowo wstępne 3](#_Toc9861063)

[2. Treści nauczania 4](#_Toc9861064)

[3. Cele kształcenia 10](#_Toc9861065)

[4. Treści nauczania 11](#_Toc9861066)

[5. Ramowy rozkład materiału 19](#_Toc9861067)

[6. Szczegółowy rozkład materiału 20](#_Toc9861068)

[7. Ogólne kryteria oceny osiągnięć ucznia 30](#_Toc9861069)

1. Słowo wstępne

Podstawą prawną programu jest Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 stycznia 2018 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla liceum ogólnokształcącego, technikum oraz branżowej szkoły II stopnia ([Dz.U. 2018, poz. 467](http://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=WDU20180000467)).

Program jest przeznaczony dla nauczycieli szkół ponadpodstawowych (których ukończenie umożliwia uzyskanie świadectwa maturalnego po zdaniu egzaminu dojrzałości), uczących matematyki w zakresie rozszerzonym. Jest on istotną modyfikacją wcześniejszego programu autorstwa Henryka Pawłowskiego. Modyfikacja ta polega na dostosowaniu programu do aktualnie obowiązującej w szkołach ponadpodstawowych podstawy programowej oraz na daleko idącym uproszczeniu zawartości treściowej jego poprzedniej wersji.

Do realizacji tego programu służy cykl podręczników Matematyka. Podręcznik dla szkół ponadpodstawowych. Zakres rozszerzony autorstwa Henryka Pawłowskiego, Joanny Karłowskiej-Pik i Bartosza Szumnego.

W celu właściwej orientacji nauczyciela w poziomie wiedzy i umiejętnościach uczniów rozpoczynających naukę w szkole ponadpodstawowej, załączono również treści nauczania matematyki aktualnie obowiązujące w klasie VII i VIII szkoły podstawowej. Ponadto w opracowaniu zacytowano cele kształcenia i treści nauczania dla zakresu podstawowego. Ułatwi to nauczycielowi porównywanie obu zakresów i podejmowanie właściwych decyzji.

2. Treści nauczania

Wymagania szczegółowe wymienione w podstawie programowej dla klasy VII i VIII szkoły podstawowej

**Cele kształcenia – wymagania ogólne**

I. Sprawności rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.

3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

**Treści nauczania – wymagania szczegółowe**

I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

1) zapisuje iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim;

2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich;

3) mnoży potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach;

4) podnosi potęgę do potęgi;

5) odczytuje i zapisuje liczby w notacji wykładniczej , gdy jest liczbą całkowitą.

II. Pierwiastki. Uczeń:

1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;

2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki;

3) porównuje wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajduje liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajduje liczbę całkowitą a taką, że: ;

4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka i włącza liczbę pod znak pierwiastka;

5) mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia.

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

1) zapisuje wyniki podanych działań w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;

3) zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych;

4) zapisuje rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych jak w przykładzie:

Bartek i Grześ zbierali kasztany. Bartek zebrał n kasztanów, Grześ zebrał 7 razy więcej. Następnie Grześ w drodze do domu zgubił 10 kasztanów, a połowę pozostałych oddał Bartkowi. Ile kasztanów ma teraz Bartek, a ile ma Grześ?

IV. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń:

1) porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym);

2) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych;

3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany;

4) mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych.

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

1) przedstawia część wielkości jako procent tej wielkości;

2) oblicza liczbę *a* równą *p* procent danej liczby *b*;

3) oblicza, jaki procent danej liczby *b* stanowi liczba a;

4) oblicza liczbę *b*, której *p* procent jest równe a;

5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

1) sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą, na przykład sprawdza, które liczby całkowite niedodatnie i większe od –8 są rozwiązaniami równania;

2) rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;

3) rozwiązuje równania, które po prostych przekształceniach wyrażeń algebraicznych sprowadzają się do równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;

4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi;

5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

VII. Proporcjonalność prosta. Uczeń:

1) podaje przykłady wielkości wprost proporcjonalnych;

2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej, na przykład wartość zakupionego towaru w zależności od liczby sztuk towaru, ilość zużytego paliwa w zależności od liczby przejechanych kilometrów, liczby przeczytanych stron książki w zależności od czasu jej czytania;

3) stosuje podział proporcjonalny.

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zna i stosuje twierdzenie o równości kątów wierzchołkowych (z wykorzystaniem zależności między kątami przyległymi);

2) przedstawia na płaszczyźnie dwie proste w różnych położeniach względem siebie, w szczególności proste prostopadłe i proste równoległe;

3) korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych;

4) zna i stosuje cechy przystawania trójkątów;

5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie);

6) zna nierówność trójkąta i wie, kiedy zachodzi równość;

7) wykonuje proste obliczenia geometryczne, wykorzystując sumę kątów wewnętrznych trójkąta i własności trójkątów równoramiennych;

8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego);

9) przeprowadza dowody geometryczne o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:

a) Dany jest ostrokątny trójkąt równoramienny *ABC*, w którym *AC* = *BC*. W tym trójkącie poprowadzono wysokość *AD*. Udowodnij, że kąt *ABC* jest dwa razy większy od kąta *BAD*.

b) Na bokach *BC* i *CD* prostokąta *ABCD* zbudowano, na zewnątrz prostokąta, dwa trójkąty równoboczne *BCE* i *CDF*. Udowodnij, że *AE* = *AF*.

IX. Wielokąty. Uczeń:

1) zna pojęcie wielokąta foremnego;

2) stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków o poziomie trudności nie większym niż w przykładach:

a) Oblicz najkrótszą wysokość trójkąta prostokątnego o bokach długości: i .

b) Przekątne rombu mają długości i . Przekątną rombu przedłużono do punktu E w taki sposób, że odcinek BE jest dwa razy dłuższy od tej przekątnej. Oblicz pole trójkąta (zadanie ma dwie odpowiedzi).

X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

1) zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających warunek taki, jak lub taki, jak

2) znajduje współrzędne danych (na rysunku) punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie;

3) rysuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty kratowe o danych współrzędnych całkowitych (dowolnego znaku);

4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek;

5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych;

6) dla danych punktów kratowych A i B znajduje inne punkty kratowe należące do prostej AB.

XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe;

2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe, o poziomie trudności nie większym niż w przykładowym zadaniu:

Podstawą graniastosłupa prostego jest trójkąt równoramienny, którego dwa równe kąty mają po 45°, a najdłuższy bok ma długość . Jeden z boków prostokąta, który jest w tym graniastosłupie ścianą boczną o największej powierzchni, ma długość 4. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa;

3) oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe, o poziomie trudności nie większym niż w przykładzie:

Prostokąt *ABCD* jest podstawą ostrosłupa *ABCDS*, punkt *M* jest środkiem krawędzi *AD*, odcinek *MS* jest wysokością ostrosłupa. Dane są następujące długości krawędzi: *AD* = 10 cm, *AS* = 13 cm oraz *AB* = 20 cm. Oblicz objętość ostrosłupa.

XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

1) wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania;

2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą,

rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenną lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych;

2) tworzy diagramy słupkowe i kołowe oraz wykresy liniowe na podstawie zebranych przez siebie danych lub danych pochodzących z różnych źródeł;

3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

XIV. Długość okręgu i pole koła. Uczeń:

1) oblicza długość okręgu o danym promieniu lub danej średnicy;

2) oblicza promień lub średnicę okręgu o danej długości okręgu;

3) oblicza pole koła o danym promieniu lub danej średnicy;

4) oblicza promień lub średnicę koła o danym polu koła;

5) oblicza pole pierścienia kołowego o danych promieniach lub średnicach obu okręgów tworzących pierścień.

XV. Symetrie. Uczeń:

1) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;

2) zna i stosuje w zadaniach podstawowe własności symetralnej odcinka i dwusiecznej kąta jak w przykładowym zadaniu:

Wierzchołek *C* rombu *ABCD* leży na symetralnych boków *AB* i *AD*. Oblicz kąty tego rombu.

3) rozpoznaje figury osiowosymetryczne i wskazuje ich osie symetrii oraz uzupełnia figurę do figury osiowosymetrycznej przy danych: osi symetrii figury i części figury;

4) rozpoznaje figury środkowosymetryczne i wskazuje ich środki symetrii.

XVI. Zaawansowane metody zliczania. Uczeń:

1) stosuje regułę mnożenia do zliczania par elementów o określonych własnościach;

2) stosuje regułę dodawania i mnożenia do zliczania par elementów w sytuacjach, wymagających rozważenia kilku przypadków, na przykład w zliczaniu liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 5 i mających trzy różne cyfry albo jak w zadaniu:  
W klasie jest 14 dziewczynek i 11 chłopców. Na ile sposobów można z tej klasy wybrać dwuosobową delegację składającą się z jednej dziewczynki i jednego chłopca?

XVII. Rachunek prawdopodobieństwa. Uczeń:

1) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na rzucie dwiema kostkami lub losowaniu dwóch elementów ze zwracaniem;

2) oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach, polegających na losowaniu dwóch elementów bez zwracania jak w przykładzie:

Z urny zawierającej kule ponumerowane liczbami od 1 do 7 losujemy bez zwracania dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że suma liczb na wylosowanych kulach będzie parzysta.

3. Cele kształcenia

Wymagania ogólne wymienione w podstawie programowej dla szkół ponadpodstawowych

**Cele kształcenia – wymagania ogólne**

1. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, stosowanie praw działań matematycznych przy przekształcaniu wyrażeń algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy rozwiązywaniu problemów w kontekstach rzeczywistych i teoretycznych.

1. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
   1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.
   2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.
2. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
   1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć

matematycznych.

* 1. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów

praktycznych i teoretycznych.

* 1. Tworzenie pomocniczych obiektów matematycznych na podstawie istniejących, w celu przeprowadzenia argumentacji lub rozwiązania problemu.
  2. Wskazywanie konieczności lub możliwości modyfikacji modelu matematycznego w przypadkach wymagających specjalnych zastrzeżeń, dodatkowych założeń, rozważenia szczególnych uwarunkowań.

1. Rozumowanie i argumentacja.
   1. Przeprowadzanie rozumowań, także kilkuetapowych, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, odróżnianie dowodu od przykładu.
   2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
   3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, tworzenie ciągu argumentów, gwarantujących poprawność rozwiązania i skuteczność w poszukiwaniu rozwiązań zagadnienia.
   4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań, również w sytuacjach nietypowych.

4. Treści nauczania

Wymagania szczegółowe wymienione w podstawie programowej dla szkół ponadpodstawowych

1. Liczby rzeczywiste.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
  2. przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:
     1. dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,
     2. dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;
  3. stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków

stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;

* 1. stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
  2. stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli oraz , to , zaś gdy i , to ;
  3. posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi

liczbowej;

* 1. stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: ,
  2. wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;
  3. stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.

1. Wyrażenia algebraiczne.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. stosuje wzory skróconego mnożenia na :
  2. dodaje, odejmuje, mnoży, wielomiany jednej i wielu zmiennych;
  3. wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
  4. rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu
  5. znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
  6. dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian postaci
  7. mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
  8. dodaje I odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1. znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
2. stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbol Newtona):
3. korzysta ze wzorów na: i
4. Równania i nierówności.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
  2. interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
  3. rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
  4. rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
  5. rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
  6. rozwiązuje równania wielomianowe postaci dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.
  7. Rozwiązuje równania wymierne postaci , gdzie wielomiany I są zapisane w postaci iloczynowej.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1. rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
2. rozwiązuje równania i nierówności wymierne trudniejsze niż
3. stosuje wzory Viète’a dla równań kwadratowych;
4. rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż:
5. analizuje równania i nierówności liniowe z parametrem oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.
6. Układy równań.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
  2. stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
  3. rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe,   
     a drugie kwadratowe, postaci lub

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci

1. Funkcje.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
  2. oblicza wartości funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
  3. odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
  4. odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
  5. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
  6. wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
  7. szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
  8. interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej

w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);

* 1. wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
  2. wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
  3. wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
  4. na podstawie wykresu funkcji szkicuje wykresy funkcji
  5. posługuje się funkcją w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
  6. posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1. na podstawie wykresu funkcji rysuje wykres funkcji ;
2. posługuje się założeniami funkcji;
3. dowodzi monotoniczności zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja  
    jest monotoniczna w przedziale
4. Ciągi.

Zakres podstawowy. Uczeń :

* 1. oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
  2. oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak   
     w przykładach:
     1. b)

1. w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
2. sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
3. stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu

arytmetycznego;

1. stosuje wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu

geometrycznego;

1. wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do

rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1. oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu oraz twierdzeń o granicach sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych, a także twierdzenia o trzech ciągach;
2. rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.
3. Trygonometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0 do 180, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;
  2. znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic

lub kalkulatora;

* 1. znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
  2. korzysta z wzorów



* 1. stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta ;
  2. oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1. stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
2. posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;
3. wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
4. stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;
5. korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje trygonometryczne kątów podwojonych.
6. Rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach: .
7. Planimetria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz

odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;

* 1. rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
  2. rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
  3. korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
  4. stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
  5. stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
  6. stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
  7. korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
  8. wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur

podobnych;

* 1. wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
  2. stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;
  3. przeprowadza dowody geometryczne.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.

1. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:
   1. rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;
   2. posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
   3. oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
   4. posługuje się równaniem okręgu
   5. oblicza odległość punktu od prostej;
   6. znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej

wykresem funkcji kwadratowej;

* 1. wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego,

a ponadto:

1. stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;
2. znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;
3. zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.
4. Stereometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
  2. posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
  3. rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
  4. rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
  5. określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
  6. oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
  7. wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego,

a ponadto:

1. zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;
2. wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.
3. Kombinatoryka.

Zakres podstawowy. Uczeń:

* 1. zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
  2. zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:
     1. obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,
     2. obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego,

a ponadto:

1. oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;
2. stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.
3. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zakres podstawowy. Uczeń:
   1. oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;
   2. stosuje skalę centylową;
   3. oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;
   4. oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;
   5. oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego,

a ponadto:

1. oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;
2. stosuje schemat Bernoulliego.
3. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

Zakres podstawowy. Uczeń rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego,

a ponadto:

* 1. oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);

stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania przybliżonej wartości miejsca miejsca zerowego;

* 1. stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;
  2. oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;
  3. stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;
  4. rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.

5. Ramowy rozkład materiału

Przydział godzin

**Klasa I (120 godz.)**

**Część 1**

* + 1. Działania na liczbach
    2. Rachunek algebraiczny
    3. Logika i zbiory
    4. Liczby rzeczywiste

**Część 2**

* + 1. Elementy geometrii płaszczyzny
    2. Funkcje
    3. Funkcje trygonometryczne kątów w mierze stopniowej
    4. Funkcja liniowa

**Klasa II (60 godz.)**

1. Funkcja kwadratowa
2. Wielomiany
3. Funkcje wymierne
4. Własności wielokątów na płaszczyźnie
5. Funkcje trygonometryczne kątów w mierze łukowej
6. Związki między funkcjami trygonometrycznymi dowolnych kątów

**Klasa III (60 godz.)**

1. Związki miarowe w trójkącie
2. Wektory
3. Przekształcenia geometryczne płaszczyzny
4. Ciągi
5. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne

**Klasa IV (60 godz.)**

1. Elementy geometrii analitycznej
2. Granica i ciągłość funkcji
3. Funkcje różniczkowalne
4. Elementy geometrii przestrzennej
5. Kombinatoryka
6. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka opisowa

**UWAGA: Szczegółowy rozkład godzin przeznaczonych na realizację poszczególnych działów nauczania zawiera się w rocznym planie dydaktycznym dla poszczególnych klas.**

6. Szczegółowy rozkład materiału

Uwzględniający treści nauczania i umiejętności (wymagania szczegółowe) zawarte w podstawie programowej

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Klasa I** | | | |
| **Dział** | **Temat**  (zapisany w podręczniku, przewidziany do realizacji w czasie 1–5 zajęć edukacyjnych) | **Treści podstawy programowej**  (pierwsza liczba oznacza numer działu programowego zapisany w podstawie programowej, druga – odpowiednią umiejętność zapisaną w treściach podstawy programowej) | |
| **Zakres podstawowy** | **Zakres rozszerzony** |
|  | **Wstęp** | Treści wykraczające poza podstawę programową (służące kształceniu języka matematycznego) | |
| **Część 1** | | | |
| **1. Działania na liczbach** | 1. Ćwiczenia w działaniach na ułamkach. | I.1. |  |
| 1. Obliczenia procentowe. | I.1. |  |
| 1. Potęga o wykładniku naturalnym. | I.1., I.4. |  |
| 1. Potęga o wykładniku całkowitym i notacja wykładnicza. | I.1., I.4. |  |
| 1. Pierwiastkowanie. | I.1., I.3., I.4. |  |
| 1. Potęga o wykładniku wymiernym. | I.1., I.3., I.4. |  |
| 1. Pojęcie logarytmu. | I.1. |  |
| 1. Własności działań na logarytmach. | I.1., I.9. | I |
| 1. Ćwiczenia w działaniach na potęgach, pierwiastkach i logarytmach. | I.1., I.3., I.4., I.9. | I |
| Test. | I.1., I.3., I.4., I.9. | I |
| **2. Rachunek algebraiczny** | 1. Wzory skróconego mnożenia – kwadraty. | II.1. |  |
| 1. Wzory skróconego mnożenia – sześciany. | II.1. | II.3. |
| 1. Wzory skróconego mnożenia dla sumy i różnicy *n*-tych potęg. | II.1. | II.3. |
| 1. Potęgi, pierwiastki, logarytmy i wzory skróconego mnożenia. | I.1., I.3., I.4., I.9., II.1. |  |
| 1. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. | II.1., II.2., II.3. |  |
| 1. Pojęcie silni i jej własności. | I.1. | II.2. |
| 1. Symbol Newtona i jego algebraiczne własności. |  | II.2. |
| 1. Trójkąt Pascala i wzór dwumianowy Newtona. |  | II.2., II.3. |
| Test. | I.1., I.3., I.4., I.9., II.1., II.2., II.3. | II.2., II.3. |
| **3. Logika i zbiory** | 1. Zdania i formy zdaniowe. | Dział konieczny do poprawnego przeprowadzania dowodów twierdzeń. Wymagania: III–IV | |
| 1. Spójniki logiczne. |
| 1. Rozwiązywanie prostych równań i nierówności. |
| 1. Prawa rachunku zdań. |
| 1. Dowodzenie implikacji i równoważności. |
| 1. Kwantyfikatory. |
| 1. Zbiory. |
| 1. Działania na zbiorach. |
| 1. Prawa rachunku zbiorów. |
| 1. Moc zbioru. |
| Test. | III–IV | |
| **4. Liczby rzeczywiste** | 1. Liczby naturalne i całkowite. | I.1. |  |
| 1. O podzielności liczb. | I.2. |  |
| 1. Liczby wymierne | I.1. |  |
| 1. Liczby niewymierne. | I.1. |  |
| 1. Rozwinięcia dziesiętne liczb rzeczywistych. | I.1. |  |
| 1. Uporządkowanie zbioru liczb rzeczywistych. | I.1., II.1., II.2., II.3. |  |
| 1. Oś liczbowa i przedziały liczbowe. | I.6. |  |
| 1. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. | I.6., I.7. | III.4. |
| 1. Błędy przybliżenia. | I.6., I.7. |  |
| Test. | I.1., I.2., I.3., I.4., I.6., I.7., I.9., II.1., II.2., II.3. | II.2., II.3., III.4. |
| **Część 2** | | | |
| **5. Elementy geometrii płaszczyzny** | 1. Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie. | VIII.1., VIII.12. |  |
| 1. Stosunek podziału odcinka. | VIII.1., VIII12. |  |
| 1. Twierdzenie Talesa i twierdzenie do niego odwrotne. | VIII.7., VIII.12. |  |
| 1. Przykłady konstrukcji i praktyczne zastosowania twierdzenia Talesa. | VIII.7., VIII.12. |  |
| 1. Zastosowanie twierdzenia Talesa do dowodzenia twierdzeń. | VIII.7., VIII.12. |  |
| 1. Okrąg i koło. | VIII.1., VIII.6., VIII.12. |  |
| 1. Wzajemne położenie okręgu i prostej. | VIII.1., VIII.7., VIII.12. |  |
| 1. Czworokąt opisany na okręgu. | VIII.1., VIII.12. | VIII |
| 1. Wzajemne położenie dwóch okręgów. | VIII.1., VIII.12. |  |
| 1. Kąty w kole. | VIII.5., VIII.12. |  |
| 1. Czworokąt wpisany w okrąg. | VIII.1., VIII.12. | VIII |
|  | Test. | VIII.1., VIII.5., VIII.6., VIII.7., VIII.12. | VIII |
| **6. Funkcje** | 1. Pojęcie funkcji, funkcja liczbowa i jej wykres. | V.1. |  |
| 1. Sposoby określania funkcji. | V.1. |  |
| 1. Dziedzina funkcji, zbiór wartości funkcji. | V.4. |  |
| 1. Wartość funkcji w punkcie. | V.2., V.4. |  |
| 1. Najmniejsza i największa wartość funkcji. | V.4. |  |
| 1. Funkcja monotoniczna. | V.4. | V.3. |
| 1. Przekształcenia wykresu funkcji. | V.12. | V.1., V.2. |
| 1. Sporządzanie wykresów funkcji. Odczytywanie własności funkcji z jej wykresu. | V.3. |  |
| Test. | V.1., V.2., V.3., V.4., V.12. | V.1., V.2., V.3. |
| **7. Funkcje trygonometryczne kątów w mierze stopniowej** | 1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym. | VII.1., VII.2., VII.6. |  |
| 1. Wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów | VII.1., VII.6. | |
| 1. Zastosowanie wartości funkcji trygonometrycznych w różnych dziedzinach działalności człowieka. | VII.2., VII.3., VII.6. |  |
| 1. Pojęcie miary kata i jej uogólnienie. | VII.1. |  |
| 1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kata. | VII.1., VII.2. |  |
| 1. Związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta. | VII.4. |  |
| 1. Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych. | VII.4. |  |
| 1. Własności funkcji trygonometrycznych. |  | VII.3. |
| 1. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych. | VII.4. |  |
| 1. Funkcje trygonometryczne i pola figur płaskich. | VII.5., VIII.11. |  |
| Test. | VII.1., VII.2., VII.3., VII.4., VII.5., VII.6. | VII.3. |
| **8. Funkcja liniowa** | 1. Własności funkcji liniowej i jej wykres. | V.5., V.6., IX.1., IX.2. |  |
| 1. Równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą. | III.1., III.2., III.3. | III.5. |
| 1. Zadania prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą. | V.11., III.1., III.2., III.3. |  |
| 1. Równania i nierówności z dwiema niewiadomymi. | III.1. |  |
| 1. Układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi. | III.1., IV.1. |  |
| 1. Zadania prowadzące do układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi. | V.11., III.1., IV.1., IV.2. |  |
| 1. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi. | III.1. |  |
| 1. Programowanie liniowe (liniowa optymalizacja ). | III.1., V.5., IX.1., IX.2. |  |
| Test. | III.1., III.2., III.3., IV.1., IV.2., V.5., V.6., IX.1., IX.2. | III.5. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Klasa II** | | | |
| **Dział** | **Temat**  (zapisany w podręczniku, przewidziany do realizacji w czasie 1–5 zajęć edukacyjnych) | **Treści podstawy programowej**  (pierwsza liczba oznacza numer działu programowego zapisany w podstawie programowej, druga – odpowiednią umiejętność zapisaną w treściach podstawy programowej) | |
| **Zakres podstawowy** | **Zakres rozszerzony** |
|  | **Wstęp** | Treści wykraczające poza podstawę programową (służące kształceniu języka matematycznego) | |
| **1. Funkcja kwadratowa** | 1.1. Postać ogólna i postać kanoniczna trójmianu kwadratowego. | V.8., V.9. |  |
| 1.2. Wykres funkcji kwadratowej. | V.7., V.9. |  |
| 1.3. Ekstremum funkcji kwadratowej oraz jej wartość najmniejsza i największa w przedziale. | V.10. |  |
| 1.4. Zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej. | V.10., XIII. |  |
| 1.5. Miejsca zerowe oraz znak funkcji kwadratowej. | V.8., V.9. |  |
| 1.6. Wzory Viète’a. |  | III.3. |
| 1.7. Równania kwadratowe. | III.1., III.4., III.5. |  |
| 1.8. Nierówności kwadratowe. | III.1., III.4. |  |
| 1.9. Układy równań kwadratowych. | III.1., IV.3. | IV. |
| 1.10. Funkcja kwadratowa w zadaniach z parametrem. | III.1., III.4., III.5. | III.5. |
| 1.11. Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych. | V.11., III.1., III.4., III.5. |  |
| Test. | III.1., III.4.,  III.5., IV.3.,  V.7., V.8., V.9.,  V.10.,V.11., XIII. | III.3., III.5., IV. |
| **2. Wielomiany**  **3. Funkcje wymierne**  **4. Własności wielokątów na płaszczyźnie**  **5. Funkcje trygonometryczne kątów w mierze łukowej**  **6. Związki między funkcjami trygonometrycznymi dowolnych kątów** | 2.1. Wielomiany – pojęcia wstępne. | II.2., II.3. |  |
| 2.2. Działania na wielomianach. | II.2., II.3. |  |
| 2.3. Dzielenie wielomianów. | II.6. |  |
| 2.4. Schemat Hornera i i twierdzenie Bezouta. | II.6. |  |
| 2.5. Pierwiastek wielomianu i jego krotność. | II.4., II.5. | II.1. |
| 2.6. Wzory Viète’a dla wielomianów wyższych stopni. |  | II.1. |
| 2.7. Wymierne pierwiastki wielomianów o współczynnikach całkowitych. |  | II.1. |
| 2.8. Rozkład wielomianu na czynniki. | II.4., II.5. | II.1. |
| 2.9. Równania wielomianowe. | II.4., II.5., III.1.,  III.5., III.6. | II.1. |
| 2.10. Nierówności wielomianowe. | II.4., II.5., III.1. | II.1., III.1. |
| Test. | II.2., II.3., II.4., II.5., II.6., III.1.,  III.5., III.6. | II.1., III.1. |
| 3.1. Pojęcie funkcji wymiernej i działania na funkcjach wymiernych. | II.7. |  |
| 3.2. Przekształcanie wyrażeń wymiernych. | II.7. |  |
| 3.3. Równania wymierne. | II.7., III.1.,  III.7. | III.2. |
| 3.4. Równania wymierne  z parametrem. | II.7., III.1.,  III.7. | III.2. |
| 3.5. Nierówności wymierne. | II.7., III.1. | III.2. |
| 3.6. Równania i nierówności  w zadaniach z treścią. | II.7., V.13., III.1.,  III.7. | III.2. |
| 3.7. Funkcja homograficzna. | II.7., V.13. |  |
| Test. | II.7., III.1., III.7., V.13. | III.2. |
| 4.1. Środek okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie. | VIII.10., VIII.12. |  |
| 4.2. Ortocentrum i środek ciężkości trójkąta. | VIII.10., VIII.12. |  |
| 4.3. Twierdzenie Cevy. | VIII.10., VIII.12. |  |
| 4.4. Pole trójkąta. | VIII.12., |  |
| 4.5. Własności czworokątów: kwadrat, prostokąt, romb i równoległobok. | VIII.4., VIII.12. |  |
| 4.6. Własności czworokątów: trapezy i trapezoidy. | VIII.4., VIII.12. |  |
| 4.7. Własności wielokątów. | VIII.3., VIII.12. |  |
| Test. | VIII.3., VIII.4.,  VIII.10.,VIII.12. |  |
| 5.1. Miara łukowa kąta. |  | VII.1. |
| 5.2. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej. |  | VII.1. |
| 5.3. Własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej. |  | VII.3. |
| 5.4. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych kątów o mierze rzeczywistej. |  | VII.3. |
| 5.5. Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych kątów o mierze rzeczywistej. |  | VII.3. |
| 5.6. Wykresy funkcji trygonometrycznych. |  | VII.2., VII.3. |
| 5.7. Elementarne równania  i nierówności trygonometryczne. | III.1. | VII.5. |
| Test. | III.1. | VII.1., VII.2., VII.3., VII.5. |
| 6.1. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy argumentów. |  | VII.4. |
| 6.2. Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych. |  | VII.4. |
| 6.3. Przekształcanie wyrażeń trygonometrycznych. |  | VII.4. |
| 6.4. Dowodzenie tożsamości trygonometrycznych. |  | VII.4. |
| 6.5. Rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych z zastosowaniem poznanych wzorów. | III.1. | VII.5. |
| Test. | III.1. | VII.4., VII.5. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Klasa III** | | | |
| **Dział** | **Temat**  (zapisany w podręczniku, przewidziany do realizacji w czasie 1–5 zajęć edukacyjnych) | **Treści podstawy programowej**  (pierwsza liczba oznacza numer działu programowego zapisany w podstawie programowej, druga – odpowiednią umiejętność zapisaną w treściach podstawy programowej) | |
| **Zakres podstawowy** | **Zakres rozszerzony** |
|  | **Wstęp** | Treści wykraczające poza podstawę programową (służące kształceniu języka matematycznego) | |
| **1. Związki miarowe w trójkącie** | 1.1. Twierdzenie sinusów i jego zastosowania w zadaniach obliczeniowych. | VII.5. |  |
| 1.2. Twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie. | VII.5., VIII.12. |  |
| 1.3. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. | VIII.2.,  VIII.12. |  |
| 1.4. Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa w zadaniach obliczeniowych i na dowodzenie. | VIII.2., VIII.12. |  |
| 1.5. Twierdzenie kosinusów i jego zastosowania w zadaniach obliczeniowych. | VII.5., VIII.2. |  |
| 1.6. Wnioski z twierdzenia kosinusów. | VII.5., VIII.2.,  VIII.12. |  |
| 1.7.Twierdzenie kosinusów w zadaniach na dowodzenie. | VII.5., VIII.2.,  VIII.12. |  |
| 1.8. Twierdzenie sinusów i kosinusów w zadaniach. | VII.5., VIII.2.,  VIII.12. |  |
| Test. | VII.5., VIII.2.,  VIII.12. |  |
| **2. Wektory** | * 1. Wektory – pojęcia wstępne. |  | IX.3. |
| 2.2. Iloczyn wektora i liczby. |  | IX.3. |
| 2.3. Zastosowanie wektorów do dowodzenia w geometrii. | VIII.12. | IX.3. |
| 2.4. Iloczyn skalarny wektorów i jego własności. |  | IX.3. |
| 2.5. Zastosowanie iloczynu skalarnego wektorów w geometrii. | VIII.12. | IX.3. |
| Test. | VIII.12. | IX.3. |
| **3. Przekształcenia geometryczne płaszczyzny** | 3.1. Pojęcie przekształcenia geometrycznego. Przykłady przekształceń geometrycznych. | VIII.12. |  |
| 3.2. Punkty stałe przekształcenia geometrycznego. Przekształcenia tożsamościowe. Składanie i odwracanie przekształceń . | VIII.12. |  |
| 3.3. Przekształcenia izometryczne. Obrazy figur w izometrii. Punkty stałe izometrii . | VIII.12. |  |
| 3.4. Przystawanie figur. | VIII.12. |  |
| 3.5. Symetria osiowa i jej własności. Oś symetrii figury. Figury osiowo symetryczne. | VIII.12. |  |
| 3.6. Cechy przystawania trójkątów i ich zastosowanie w zadaniach obliczeniowych. | VIII.12. |  |
| 3.7. Zastosowanie cech przystawania trójkątów do dowodzenia twierdzeń. | VIII.12. |  |
| 3.8. Przesunięcie równoległe. | VIII.12. |  |
| 3.9. Symetria środkowa i jej własności. Środek symetrii figury. Figury środkowo symetryczne. | VIII.12. |  |
| 3.10. Obrót płaszczyzny i jego własności. | VIII.12. |  |
| 3.11. Jednokładność płaszczyzny i jej własności. | VIII.12. |  |
| 3.12. Obrazy figury w jednokładności. Figury jednokładne. Zastosowanie jednokładności w zadaniach. | VIII.12. |  |
| 3.13. Podobieństwo płaszczyzny i jego własności. Podobieństwo figur. | VIII.8., VIII.9.,  VIII.12. |  |
| 3.14.Cechy podobieństwa trójkątów i ich zastosowanie w zadaniach obliczeniowych. | VIII.8.,  VIII.9. |  |
| 3.15. Zastosowanie cech podobieństwa trójkątów do dowodzenia twierdzeń. | VIII.8.,  VIII.9.,  VIII.12. |  |
| 3.16. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem. | VIII.8., VIII.9.,  VIII.12. |  |
| Test. | VIII.8., VIII.9.,  VIII.12. |  |
| **4. Ciągi** | 4.1. Pojęcie ciągu i ciągu liczbowego. Sposoby określania ciągów liczbowych. | VI.1., VI.2. |  |
| 4.2. Monotoniczność ciągu liczbowego. | VI.3. |  |
| 4.3. Ciąg arytmetyczny i jego własności. | VI.4. |  |
| 4.4. Wzór na *n*-ty wyraz i wzór na sumę *n* pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego. | VI.5. |  |
| 4.5. Ciąg arytmetyczny w zadaniach. | VI.7. |  |
| 4.6. Ciąg geometryczny i jego własności. | VI.4. |  |
| 4.7. Wzór na *n*-ty wyraz i wzór na sumę *n* pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego. | VI.6. |  |
| 4.8. Ciąg geometryczny w zadaniach. | VI.7. |  |
| 4.9. Procent składany. Obliczenia związane z oprocentowaniem lokat i kredytów. | VI.7., I.8. |  |
| 4.10. Ciąg arytmetyczny i geometryczny w zadaniach. | VI.7. |  |
| 4.11. Granica ciągu nieskończonego. |  | VI.1. |
| 4.12. Ciągi rozbieżne do nieskończoności i ich własności. |  | VI.1. |
| 4.13. Szereg geometryczny i jego zbieżność. |  | VI.2. |
| 4.14. Szereg geometryczny w zadaniach. |  | VI.2. |
| Test. | VI.1., VI.2., VI.3., VI.4., VI.5., VI.6., VI.7., I.8. | VI.1., VI.2. |
| **5. Funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne** | 5.1. Przypomnienie wiadomości o potęgach o wykładniku wymiernym. | I.1., I.3., I.4. |  |
| 5.2. Potęga o wykładniku niewymiernym. | I.1., I.3., I.4. |  |
| 5.3. Funkcja potęgowa. | I.1., I.3., I.4. |  |
| 5.4. Równania i nierówności potęgowe. | III.1. |  |
| 5.5. Funkcja wykładnicza. | V.14., I.5. |  |
| 5.6. Równania i nierówności wykładnicze. | V.14., III.1. |  |
| 5.7. Przypomnienie wiadomości o logarytmach. | I.1., I.9. |  |
| 5.8. Funkcja logarytmiczna. | V.14. |  |
| 5.9. Równania i nierówności logarytmiczne. | V.14., III.1. |  |
| Test. | I.1., I.3., I.4., I.5., I.9., III.1., V.14 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Klasa IV** | | | |
| **Dział** | **Temat**  (zapisany w podręczniku, przewidziany do realizacji w czasie 1–5 zajęć edukacyjnych) | **Treści podstawy programowej**  (pierwsza liczba oznacza numer działu programowego zapisany w podstawie programowej, druga – odpowiednią umiejętność zapisaną w treściach podstawy programowej) | |
| **Zakres podstawowy** | **Zakres rozszerzony** |
|  | **Wstęp** | Treści wykraczające poza podstawę programową (służące kształceniu języka matematycznego) | |
| **1. Elementy geometrii analitycznej** | 1.1. Odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych. | IX.3. |  |
| 1.2. Wektory w układzie współrzędnych. |  | IX.3. |
| 1.3. Równanie okręgu i nierówność koła. | IX.4. | IX.1., IX.2. |
| 1.4. Prosta w układzie współrzędnych. | IX.1., IX.2. |  |
| 1.5. Prostopadłość i równoległość pary prostych w układzie współrzędnych. | IX.2. |  |
| 1.6. Odległość punktu od prostej. Pole trójkąta w układzie współrzędnych. | IX.5. |  |
| 1.7. Prosta i okrąg w układzie współrzędnych. | IX.6. |  |
| 1.8. Nierówność opisująca półpłaszczyznę w układzie współrzędnych | III.1. |  |
| 1.9. Przekształcenia płaszczyzny w układzie współrzędnych: symetria, obrót i translacja. | IX.7. |  |
| 1.10. Jednokładność w układzie współrzędnych. | VIII.12. |  |
| Test. | III.1., IX.1., IX.2., IX.3., IX.4., IX.5.,  IX.6., IX.7.,  VIII.12. | IX.1., IX.2., IX.3. |
| **2. Granica i ciągłość funkcji** | 2.1. Granica funkcji w punkcie. |  | XIII.1. |
| 2.2. Granica funkcji w nieskończoności. |  | XIII.1. |
| 2.3. Działania arytmetyczne na granicach funkcji. |  | XIII.1. |
| 2.4. Obliczanie granic funkcji. |  | XIII.1. |
| 2.5. Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale. |  | XIII.2. |
| 2.6. Działania arytmetyczne na funkcjach ciągłych. |  | XIII.2. |
| 2.7. Badanie ciągłości funkcji. |  | XIII.2. |
| 2.8. Własności funkcji ciągłych. |  | XIII.2. |
| Sprawdzian maturalny. |  | XIII.1., XIII.2. |
| **3. Funkcje różniczkowalne**  **4. Elementy geometrii przestrzennej**  **5. Kombinatoryka**  **6. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka opisowa** | 3.1. Pochodna funkcji w punkcie i jej interpretacja. |  | XIII.3. |
| 3.2. Działania arytmetyczne na funkcjach różniczkowalnych. |  | XIII.4. |
| 3.3. Monotoniczność funkcji różniczkowalnych. |  | XIII.5. |
| 3.4. Ekstrema funkcji różniczkowalnych. |  | XIII.6. |
| 3.5. Zastosowanie rachunku różniczkowego do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych. |  | XIII.6. |
| Test. |  | XIII.3., XIII.4., XIII.5., XIII.6. |
| 4.1. Wstępne wiadomości z geometrii przestrzennej. | X.1., X.2. | X.1. |
| 4.2. Pojęcie graniastosłupa i rodzaje graniastosłupów. | X.3. |  |
| 4.3. Pojęcie ostrosłupa i rodzaje ostrosłupów. | X.3. |  |
| 4.4. Wzajemne położenie krawędzi i ścian w graniastosłupach i ostrosłupach. | X.3. | X.1. |
| 4.5. Związki miarowe w graniastosłupach. | X.6., X.7. |  |
| 4.6. Związki miarowe w ostrosłupach. | X.6., X.7. |  |
| 4.7. Bryły obrotowe: walec, stożek i kula. | X.4. |  |
| 4.8. Związki miarowe w bryłach obrotowych. | X.6., X.7. |  |
| 4.9. Przekroje brył płaszczyznami. | X.5. | X.2. |
| 4.10. Graniastosłupy, ostrosłupy i bryły obrotowe w zadaniach. | X.3., X.5.,  X.6., X.7. | X.1., X.2. |
| Test. | X.1., X.2., X.3., X.4., X.5., X.6., X.7. | X.1., X.2. |
| 5.1. Permutacje zbioru skończonego. | XI.1., XI.2. | XI.1. |
| 5.2. Wariacje z powtórzeniami zbioru skończonego. | XI.1., XI.2. | XI.1. |
| 5.3. Wariacje bez powtórzeń zbioru skończonego. | XI.1., XI.2. | XI.1. |
| 5.4. Kombinacje zbioru skończonego. | XI.1., XI.2. | XI.1., XI.2. |
| 5.5. Różne zadania z kombinatoryki. | XI.1., XI.2. | XI.1., XI.2. |
| Test. | XI.1., XI.2. | XI.1., XI.2. |
| 6.1. Zdarzenia elementarne. | XII.1. |  |
| 6.2. Zdarzenia i działania na nich. | XII.1. |  |
| 6.3. Pojęcie prawdopodobieństwa  i jego własności. | XII.1. |  |
| 6.4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. | XII.1. |  |
| 6.5. Zastosowanie klasycznej definicji prawdopodobieństwa. | XII.1. |  |
| 6.6. Prawdopodobieństwo warunkowe. |  | XII.1. |
| 6.7. Prawdopodobieństwo całkowite. |  | XII.1. |
| 6.8. Niezależność pary zdarzeń. |  | XII.2. |
| 6.9. Niezależność *n* zdarzeń . |  | XII.2. |
| 6.10. Zbiór zdarzeń elementarnych dla doświadczeń przebiegających niezależnie. |  | XII.2. |
| 6.11. Schemat Bernoulliego. |  | XII.2. |
| 6.12. Najbardziej prawdopodobna liczba sukcesów w schemacie Bernoulliego. |  | XII.2. |
| 6.13. Elementy statystyki opisowej. | XII.2., XII.3., XII.4., XII.5. |  |
| Test. | XII.1., XII.2., XII.3., XII.4., XII.5. | XII.1., XII.2. |

7. Ogólne kryteria oceny osiągnięć ucznia

Kryteria oceniania uczniów powinny być zgodne z wewnątrzszkolnym systemem oceniania oraz z przedmiotowym systemem oceniania.

Poniżej proponujemy ogólne kryteria oceniania osiągnięć ucznia.

* 1. **Ocena celująca**

Otrzymuje ją uczeń, którego wiedza znacznie wykracza poza obowiązujący program nauczania i który spełnia co najmniej dwa spośród warunków:

* pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania,
* wykazuje ponadprzeciętne zainteresowanie przedmiotem, startuje w konkursach i olimpiadach przedmiotowych,
* samodzielnie formułuje nowe problemy i poprawnie je rozwiązuje,
* z zaangażowaniem uczestniczy w różnych formach zajęć pozalekcyjnych,
* uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki na poziomie 98% i powyżej oraz rozwiązuje zadania dodatkowe o podwyższonym stopniu trudności.

* 1. **Ocena bardzo dobra**

Otrzymuje ją uczeń, który opanował pełen zakres wiadomości objęty programem nauczania oraz:

* sprawnie przeprowadza rachunki,
* umie w pełni samodzielnie rozwiązywać zadania,
* poprawnie posługuje się językiem matematycznym,
* zna dobrze definicje i twierdzenia i umie się nimi posługiwać,
* uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki na poziomie 90–100%,
* ma rozwiniętą wyobraźnię przestrzenną.
  1. **Ocena dobra**

Otrzymuje ją uczeń, który opanował wiadomości z zakresu podstawy programowej oraz wybrane elementy obowiązującego w danej klasie programu nauczania, a ponadto:

* zna i rozumie podstawowe pojęcia,
* przeprowadza proste rozumowania dedukcyjne,
* sprawnie przeprowadza rachunki,
* uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki na poziomie 75–90%,
* samodzielnie rozwiązuje zadania typowe.

* 1. **Ocena dostateczna**

Otrzymuje ją uczeń, który:

* samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązuje zadania o średnim stopniu trudności,
* skutecznie przeprowadza rachunki (niekoniecznie sprawnie),
* uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki na poziomie 50–75%,
* zna podstawowe pojęcia matematyczne.

* 1. **Ocena dopuszczająca**

Otrzymuje ją uczeń, który:

* samodzielnie lub z niewielką pomocą rozwiązuje zadania o niewielkim stopniu trudności,
* zna i rozumie najprostsze pojęcia matematyczne,
* poprawnie wykonuje proste operacje matematyczne,
* uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki na poziomie 40–50%,
* wskazuje chęć współpracy w celu uzupełnienia braków.

.

* 1. **Ocena niedostateczna**

Otrzymuje ją uczeń, który nie spełnia kryteriów na ocenę dopuszczającą, a w punktowym systemie oceniania uzyskuje z prac pisemnych i odpowiedzi ustnych wyniki w przedziale 0–40% punktów.